

# Modélisation numérique unidimensionnelle de transport de soluté dans un milieu poreux non saturé

## Numerical modeling of one-dimensional solute transport in an unsaturated porous media

M. HAMI, K. GUERAOU, A. HAMMOUMI, and G. ZEGGWAGH, *Groupe de Mécanique des Fluides et des Structures, Laboratoire de Mécanique, Département de Physique, Faculté des Sciences, Avenue Ibn Batouta, B.P. 1014, Rabat, Maroc*

M. EL HATRI, *Ecole Supérieure de Technologie, Fès, Maroc*

### RÉSUMÉ

Nous proposons, dans cette étude, un modèle mathématique qui décrit le transport de soluté dans la zone non saturée d'un milieu poreux, conduisant à la contamination des eaux souterraines. En effet, ce problème est le résultat de la combinaison de trois processus essentiels à savoir l'écoulement de l'eau dans le milieu poreux, le transfert de la chaleur et le transport de l'agent polluant. Les équations modélisant un pareil phénomène sont non linéaires et présentent un couplage très fort. La résolution du problème, posé dans le cas unidimensionnel, est effectuée à l'aide d'une approche numérique, basée sur la méthode des différences finies de type implicite.

### ABSTRACT

This survey treats the mathematical pattern that describes the solute transport in the unsaturated zone of a porous media conducting the contamination to the groundwater. This problem is the result of the combination of three essential processes: water flow in the porous media, the heat transfer and the transport of the polluting agent. The governing equations are non-linear and present a very strong coupling. A numerical approach based on the finite difference method, for the resolution of one-dimensional problem is proposed.

### Introduction

La pollution des eaux souterraines est le risque permanent de limitation de la ressource en eau dans un proche avenir. Un pareil phénomène peut être initié par le rejet des déchets industriels ou par les pesticides et les insecticides utilisés dans l'agriculture. Plusieurs études se sont consacrées à la prédiction du transport et à la migration, dans la zone saturée, des polluants solubles dans l'eau. van Genuchten et Alves [14], Parker et van Genuchten [12] et Javandel et al. [5] ont étudié le transfert de soluté dans la zone saturée, dans le cas d'un problème unidimensionnel et ont déterminé les différents paramètres de modélisation. Ces différentes études ont débouché sur des solutions analytiques, mais toujours dans le cas du problème simplifié (homogénéité, isotropie, saturation du milieu poreux et isotherme). Kincaid et al. ([6], [7], [8]) se sont intéressés à la description des processus de migration de soluté dans le sol et à l'évaluation des codes numériques établis. Anderson [1] et van Genuchten [16], ont proposé des modèles numériques et analytiques pour résoudre le problème de la contamination des eaux souterraines à travers différents types de sols. D'autre part le modèle PRZM (Pesticide Root Zone Model) est conçu pour décrire et simuler le mouvement unidimensionnel de polluant chimique dans la zone non saturée du sol. Il est élaboré sur la base de deux volets, à savoir le volet hydraulique (hydrologique) et chimique. Hilhorst et al. [4] ont traité le transfert couplé de masse et d'énergie dans un sol poreux. Ils ont pu résoudre, à l'aide de la méthode des éléments finis mixte, les équations de transfert de masse et de chaleur.

Le phénomène de pollution des eaux souterraines est le résultat de la combinaison instantanée de trois processus : l'écoulement de l'eau, véhicule de transport, dans la zone non saturée du sol,

transfert de la chaleur dans la matrice poreuse et transport de soluté. Le problème étant bien plus complexe que dans le cas simplifié étudié par les auteurs précédemment cités, c'est pour cela, que nous proposons, dans cette étude, un modèle mathématique qui tient compte de la non-saturation et du gradient thermique règnent dans le milieu poreux.

### I Formulation mathématique.

La modélisation du problème de pollution des eaux souterraines s'articule sur trois aspects fondamentaux, à savoir:

- écoulement dans un milieu poreux non saturé.
- transport d'énergie dans un milieu poreux non saturé.
- transport de soluté dans un milieu poreux non saturé.

#### Equation d'écoulement

La géométrie du milieu poreux est hautement irrégulière, ce qui rend l'étude de l'écoulement très complexe. Dans cette étude, on se limitera au cas d'un sol homogène.

Soit un élément de volume  $V$  du sol étudié; le principe de conservation de masse dans l'élément de volume  $V$  est traduit par l'équation [3]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\theta) + \text{div}(\rho\vec{q}) = f_1 \quad (1)$$

Où  $t$  est le temps,  $\rho$  la masse volumique de l'eau,  $\theta$  la teneur en eau volumique,  $\vec{q}$  le vecteur flux de Darcy et  $f_1$  une source extérieure de fluide (eau).

Revision received July, 1999. Open for discussion till August 31, 2000.

La loi de Darcy généralisée pour l'écoulement de fluide dans un milieu poreux non saturé s'écrit sous la forme:

$$\vec{q} = K(x, y, z, \theta)(-\Delta\psi + \vec{e}_z) \quad (2)$$

Où  $K(x, y, z, \theta)$  est un tenseur du second ordre exprimant la conductivité hydraulique du milieu poreux,  $x, y, z$  les coordonnées cartésiennes,  $\psi$  la pression capillaire et  $\vec{e}_z$  le vecteur unitaire orienté vers le bas.

On suppose que la pression capillaire obéit à la relation de van Genuchten [13]:

$$\psi = \frac{1}{\alpha} \left[ \left[ \frac{\theta_s - \theta_r}{\theta - \theta_r} \right]^{\frac{1}{m}} - 1 \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3)$$

Où  $\theta_r$  et  $\theta_s$  sont respectivement la teneur en eau résiduelle et celle à la saturation,  $\alpha, n$  et  $m$  sont des constantes empiriques non nulles. En pratique,  $\theta_r$  et  $\theta_s$  doivent être considérés empiriques [15]. En utilisant l'hypothèse que  $m = 1 - (1/n)$  [10], l'équation (3) peut-être combinée avec le modèle de Mualem, [9] pour donner l'expression de la conductivité hydraulique:

$$K(s) = K_{sat} s^{\frac{1}{2}} \left[ 1 - \left( 1 - s^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \quad (4)$$

Où  $s = (\theta - \theta_r)/(\theta_s - \theta_r)$  exprime le degré de saturation effective, et  $K_{sat}$  la conductivité hydraulique du milieu poreux à la saturation.

En supposant que  $\psi$  ne possède pas de dépendance explicite en variables spatiales, La loi de Darcy généralisée s'écrit alors sous la forme :

$$\vec{q} = -K \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \vec{\nabla} \theta - K \frac{\partial \psi}{\partial T} \vec{\nabla} T + K \vec{e}_z \quad (5)$$

Les équations (1) et (5) permettent d'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\theta) = \text{div}[D_{\theta 1} \vec{\nabla} \theta + D_{T 1} \vec{\nabla} T - \rho K \vec{e}_z] + f_1 \quad (6)$$

avec:

$$D_{\theta 1} = \rho K \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (7)$$

$$D_{T 1} = \rho K \frac{\partial \psi}{\partial T} \quad (8)$$

#### Equation de transport d'énergie

Le transport de chaleur en milieu poreux se fait par conduction dans la matrice solide et par conduction et convection dans la phase liquide. On admet généralement que les températures du solide et du fluide s'équilibrent instantanément et donc on ne considère qu'une seule inconnue la température  $T$  dans le milieu poreux.

Le vecteur flux de chaleur passant à travers l'élément de volume  $V$  délimité par le bord  $\Gamma$  est donné par:

$$\vec{\phi}_{ch} = (1 - \varepsilon) \cdot \vec{\phi}_{cs} + \theta \cdot \vec{\phi}_{ce} \quad (9)$$

où  $\varepsilon$  est la porosité du milieu,

$$\vec{\phi}_{cs} = -\lambda_{solide}(x, y, z) \cdot \vec{\nabla} T \quad (10)$$

est le flux de chaleur par conduction à travers les grains solides du sol

$$\vec{\phi}_{ce} = -\lambda_e \cdot \vec{\nabla} T + \rho \gamma_e T \vec{q} \quad (11)$$

étant la somme du flux de chaleur par conduction dans la phase liquide, et de celui par convection dû à la vitesse du liquide (eau), et où  $\lambda_{solide}(x, y, z)$  et  $\lambda_e$  sont respectivement la conductivité thermique du solide et de l'eau,  $\gamma_e$  la chaleur spécifique de l'eau.

Tenant compte des équations (5), (10) et (11), l'équation (9) devient:

$$\vec{\phi}_{ch} = -[(1 - \varepsilon)\lambda_{solide}(x, y, z) + \theta\lambda_e + T\gamma_e D_{T 1}] \vec{\nabla} T - [T\gamma_e D_{\theta 1}] \vec{\nabla} \theta + \rho \gamma_e T K \vec{e}_z \quad (12)$$

L'équation du transport de chaleur s'écrit, par analogie avec l'équation (1):

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ [\rho\theta\gamma_e + \rho_{solide}\gamma_s(1 - \varepsilon)] \cdot T \} = \text{div} \{ D_{\theta 2} \vec{\nabla} \theta + D_{T 2} \vec{\nabla} T - (\rho\gamma_e T K \vec{e}_z) \} + f_2 \quad (13)$$

avec:

$$D_{\theta 2} = \gamma_e T D_{\theta 1} \quad (14)$$

$$D_{T 2} = [(1 - \varepsilon)\lambda_{solide}(x, y, z) + \theta\lambda_e + T\gamma_e D_{T 1}] \quad (15)$$

Où  $\rho_{solide}$  est la masse volumique des constituants solides de la matrice poreuse,  $\gamma_s$  la chaleur spécifique du solide et  $f_2$  une source extérieure d'énergie.

#### Equation de transport de soluté:

Les seuls solutés envisagés dans cette étude sont les sels minéraux. Nous écrivons les équations avec un seul sel minéral de concentration, pour le cas de  $n$  sels minéraux de concentration  $C_n$ , nous obtenons  $n$  équations de même type.

Le flux de soluté total à travers une portion de, délimitant l'élément de volume considéré, s'écrit sous la forme :

$$\vec{\phi}_{solute} = (-\theta \cdot D_h \cdot \vec{\nabla} C) + (C \cdot \vec{q}) \quad (16)$$

où  $D_h$  est le coefficient de dispersion hydrodynamique de la phase liquide qui s'écrit sous la forme [2]:

$$D_h = D + D_d^* \quad (17)$$

Où  $D$  est le coefficient de dispersion mécanique et  $D_d^*$  le coefficient de diffusion moléculaire.

Par analogie avec les équations (1) et (13), l'équation de transport de soluté se présente sous la forme [3]:

$$\frac{\partial}{\partial t}[\theta C + (1 - \varepsilon)C_s] + \text{div}(\vec{\phi}_{solute}) = f_3 \quad (18)$$

Où  $C_s$  est la concentration du soluté dans le solide et  $f_3$  une source extérieure de soluté.

On suppose que nous avons un équilibre linéaire de sorption, et par conséquent nous avons:

$$C_s = R \cdot C \quad (19)$$

Où  $R$  est le coefficient de sorption.

En portant les équations (5), (16) et (19) dans l'équation (18), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}[(\theta + (1 - \varepsilon)R) \cdot C] = \quad (20)$$

$$\text{div}[D_{\theta 3} \vec{\nabla} \theta + D_{T 3} \vec{\nabla} T + D_{C 3} \vec{\nabla} C - (C \cdot K) \cdot \vec{e}_z] + f_3$$

où:

$$D_{\theta 3} = C \cdot K \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \quad (21)$$

$$D_{T 3} = C \cdot K \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial T} \quad (22)$$

$$D_{C 3} = \theta \cdot D_h \quad (23)$$

Si on pose  $U = (u_1, u_2, u_3) = (\theta, T, C)$  et  $\nabla U = (\nabla u_1, \nabla u_2, \nabla u_3) = (\nabla \theta, \nabla T, \nabla C)$  on peut écrire les équations à résoudre (6), (13) et (20) sous la forme générique suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi_i(U) = \text{div} \left[ \sum_{j=1}^3 D_{u_j i} \vec{\nabla} u_j + \vec{A}_i(U) \right] + f_i(U) \quad (24)$$

$$i = 1, 2, 3$$

avec:

$$\vec{A}_1 = -\rho K \vec{e}_z \quad (25)$$

$$\vec{A}_2 = -\rho \gamma_e K \vec{e}_z \quad (26)$$

$$\vec{A}_3 = -CK \vec{e}_z \quad (27)$$

$$\varphi_1 = \rho \theta \quad (28)$$

$$\varphi_2 = [\rho \theta \gamma_e + \rho_{solide} \gamma_s (1 - \varepsilon)] \cdot T \quad (29)$$

$$\varphi_3 = \theta C + (1 - \varepsilon) C_s \quad (30)$$

et

$$D_{u_{31}} = D_{u_{32}} = 0 \quad (31)$$

Dans cet article on se propose d'étudier le problème de transport de soluté dans un échantillon unidimensionnel, muni d'un vecteur unitaire  $\vec{e}_z$  orienté vers le bas (fig. 1). On obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \theta) = \frac{\partial}{\partial z} \left[ D_{\theta 1} \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_{T 1} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho K \right] + f_1 \quad (32)$$

pour l'écoulement,

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ [\rho \theta \gamma_e + \rho_{solide} \gamma_s (1 - \varepsilon)] \cdot T \} = \quad (33)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ D_{\theta 2} \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_{T 2} \frac{\partial T}{\partial z} - (\rho \gamma_e T K) \right\} + f_2$$

pour le transfert d'énergie et

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\theta + (1 - \varepsilon)R) \cdot C] = \quad (34)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ D_{\theta 3} \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_{T 3} \frac{\partial T}{\partial z} + D_{C 3} \frac{\partial C}{\partial z} - (C \cdot K) \right] + f_3$$

pour le transport de soluté.

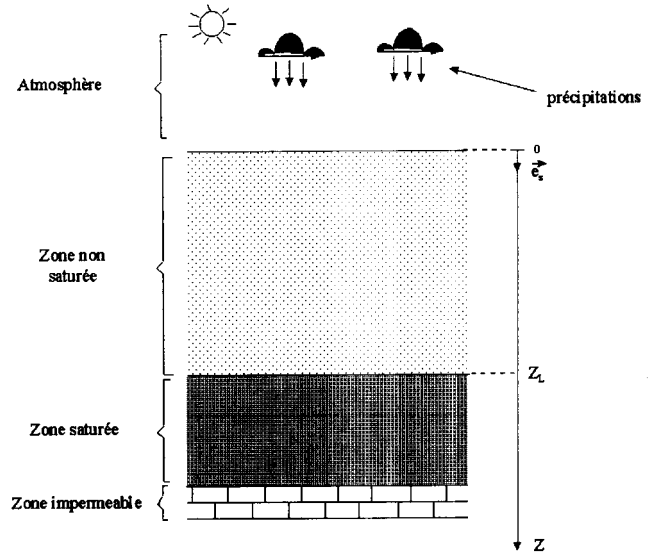


Fig. 1. Echantillon de la zone non saturée du sol étudié.

#### Conditions aux limites

A l'interface sol-atmosphère, existe un couplage dynamique entre les trois processus de transport et la situation climatique régnant dans l'atmosphère. On exprime le principe de conserva-

tion du flux total de l'eau à travers une couche mince limite d'épaisseur  $\delta z$  à l'interface sol-atmosphère ( $z = 0$ ) par :

$$q_{total} \cdot \vec{e}_z = q_{pluie} \cdot \vec{e}_z \quad (35)$$

où  $q_{total}$  est le flux total de l'eau exprimé par la loi de Darcy généralisée (7), à  $z = 0$  et

$$q_{pluie} = \rho v(t) \quad (36)$$

avec  $v(t)$  la vitesse de pluviométrie.

Les équations (5), (35) et (36) nous permettent de poser :

$$g_1(\theta_0, T_0) = \left[ K \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right]_{z=0} \left[ \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]_{z=0} + \left[ K \frac{\partial \Psi}{\partial T} \right]_{z=0} \left[ \frac{\partial T}{\partial z} \right]_{z=0} + [K - \rho v(t)]_{z=0} = 0 \quad (37)$$

Nous exprimons, de même, le principe de conservation de la chaleur à travers la couche mince limite d'épaisseur  $\delta z$  de l'interface sol-atmosphère en posant :

$$g_2(\theta_0, T_0) = [(1 - \varepsilon)\lambda_{solide}(z) + \theta\lambda_e + \gamma_e T D_{T1}]_{z=0} \left[ \frac{\partial T}{\partial z} \right]_{z=0} + [\gamma_e T D_{\theta 1}]_{z=0} \left[ \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]_{z=0} + [\rho \gamma_e (TK + v(t)T_{pluie})]_{z=0} = 0 \quad (38)$$

Où  $T_{pluie}$  est la température moyenne de l'eau de pluie.

Les conditions aux limites portant sur la concentration du soluté sont de type Dirichlet. Par conséquent, en l'absence d'une source de polluant dans la matrice poreuse, nous supposons que la concentration du soluté, à l'interface  $z = 0$ , est telle que :

$$C = C_0 \quad (39)$$

Les conditions sur la teneur en eau, la température et la concentration du soluté à l'interface  $z = L$  sont :

$$\theta = \theta_s \quad (40)$$

$$T = T_L \quad (41)$$

$$C = C_L \quad (42)$$

## II Simulation numérique:

Pour la résolution des équations (32), (33) et (34), nous adoptons un schéma aux différences finies implicite centré dans l'espace et retardé dans le temps. On obtient, après discrétisation, les systèmes d'équations algébriques suivants:

$$A_{u_i} u_{i+1}^{k+1} + B_{u_i} u_{i_j}^{k+1} + C_{u_i} u_{i_{j-1}}^{k+1} + D_{u_i} = 0, \quad (43)$$

$$i = 1, 2, 3$$

avec:

$$A_{u_i} = \left[ \frac{D_{u_i}}{\Delta z^2} + \frac{\left[ \frac{\partial D_{u_i}}{\partial z} \right]}{2 \cdot \Delta z} \right] \quad (44)$$

$$B_{u_i} = - \left[ \frac{2 \cdot D_{u_i}}{\Delta z^2} + \frac{\chi_i}{\Delta t} \right] \quad (45)$$

$$C_{u_i} = \left[ \frac{D_{u_i}}{\Delta z^2} - \frac{\left[ \frac{\partial D_{u_i}}{\partial z} \right]}{2 \cdot \Delta z} \right] \quad (46)$$

Où  $j$  est l'indice de discrétisation de l'espace et  $k$  celui de discrétisation du temps.

$$D_{\theta} = \frac{\partial}{\partial z} \left( D_{T1} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho K \right) + \frac{\rho}{\Delta t} \theta + f_1 \quad (47)$$

$$D_T = - \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \gamma_e \theta + \rho_{solide} (1 - \varepsilon) \gamma_s) - \frac{\rho \gamma_e \theta + \rho_{solide} (1 - \varepsilon) \gamma_s}{\Delta t} \right] \cdot T + \quad (48)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( D_{\theta 2} \frac{\partial \theta}{\partial z} - \rho \gamma_e TK \right) + f_2$$

$$D_C = - \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \theta + \rho_{solide} (1 - \varepsilon) R) - \frac{\rho \theta + \rho_{solide} (1 - \varepsilon) R}{\Delta t} \right] (C + ) \quad (49)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( D_{\theta 3} \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_{T3} \frac{\partial T}{\partial z} - KC \right) + f_3$$

où

$$\Delta z = \frac{L}{j_{max} - 1} \quad (50)$$

$$\Delta t = \frac{t}{k_{max} - 1} \quad (51)$$

$$\chi_1 = \rho \quad (52)$$

$$\chi_2 = \rho \gamma_e \theta + \rho_{solide} (1 - \varepsilon) \gamma_s \quad (53)$$

$$\chi_3 = \theta + (1 - \varepsilon) R \quad (54)$$

Avec  $L$  la profondeur de l'échantillon et  $t$  le temps.

La résolution de chacun des systèmes (43), est faite à l'aide de la méthode du double balayage de Choleski [11]. En effet, le calcul est amorcé par un profil initial quelconque, vérifiant les conditions aux limites. Les testes de convergences portent respectivement sur la teneur en eau,  $\theta$ , et sur la température,  $T$ . La teneur en eau et la température à l'interface  $z = 0$  sont obtenues par la résolution, à l'aide de la méthode de Newton-Raphson [11], des équations (37) et (38). On obtient alors :

$$\theta_{0_p} = \theta_{0_{p-1}} + \Delta\theta_0 \quad (55)$$

$$T_{0_p} = T_{0_{p-1}} + \Delta T_0 \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (56)$$

avec:

$$\Delta\theta_0 = \frac{g_2(\theta_{0_{p-1}}, T_{0_{p-1}}) \left[ \frac{\partial g_1}{\partial T_0} \right]_{T_{0_{p-1}}} - g_1(\theta_{0_{p-1}}, T_{0_{p-1}}) \left[ \frac{\partial g_2}{\partial T_0} \right]_{T_{0_{p-1}}}}{\left[ \frac{\partial g_1}{\partial \theta_0} \right]_{\theta_{0_{p-1}}} \left[ \frac{\partial g_2}{\partial T_0} \right]_{T_{0_{p-1}}} - \left[ \frac{\partial g_2}{\partial \theta_0} \right]_{\theta_{0_{p-1}}} \left[ \frac{\partial g_1}{\partial T_0} \right]_{T_{0_{p-1}}}} \quad (57)$$

$$\Delta T_0 = \frac{g_1(\theta_{0_{p-1}}, T_{0_{p-1}}) \left[ \frac{\partial g_2}{\partial \theta_0} \right]_{\theta_{0_{p-1}}} - g_2(\theta_{0_{p-1}}, T_{0_{p-1}}) \left[ \frac{\partial g_1}{\partial \theta_0} \right]_{\theta_{0_{p-1}}}}{\left[ \frac{\partial g_1}{\partial \theta_0} \right]_{\theta_{0_{p-1}}} \left[ \frac{\partial g_2}{\partial T_0} \right]_{T_{0_{p-1}}} - \left[ \frac{\partial g_2}{\partial \theta_0} \right]_{\theta_{0_{p-1}}} \left[ \frac{\partial g_1}{\partial T_0} \right]_{T_{0_{p-1}}}} \quad (58)$$

Ce processus est répété jusqu'à convergence, obtenue lorsque  $(\theta_{0_p}, T_{0_p})$  sont suffisamment proches de  $(\theta_{0_{p-1}}, T_{0_{p-1}})$ .

### III Résultats

Les résultats ci-dessous sont obtenus pour les données suivantes:

$$\begin{aligned} \theta_s &= 0.442 m^3 \cdot m^{-3} \\ K_{sat} &= 2.7 \cdot 10^{-5} m \cdot s^{-1} \\ \lambda_{solide} &= 5.72 J m^{-2} s^{-1} K^{-1} \\ \varepsilon &= 0.442 m^3 \cdot m^{-3} \\ \rho_{solide} &= 1630 Kg \cdot m^{-3} \\ f_1 = f_2 = f_3 &= 0 \end{aligned}$$

Sur la figure 2 on présente, à  $T_{pluie} = 298$  °K, les profils de la teneur en eau pour trois valeurs de la vitesses de pluie,  $v(t)$ . On constate que, pour  $v(t)$  fixée, la teneur en eau du milieu est constante pour les profondeurs inférieures à 0.6 m, et se trouve au voisinage de la teneur en eau résiduelle du milieu. En effet, l'eau infiltrée

dans le milieu poreux est redistribuée sous le seul effet du potentiel de succion. Alors que, pour les profondeurs supérieures à 0.6 m, le potentiel de succion se trouve "perturbé" par celui de la gravitation, et la redistribution de l'eau se fait alors de moins en moins ce qui favorise l'augmentation de la teneur en eau dans les pores jusqu'à la saturation complète, obtenue à la surface supérieure de la nappe, où le potentiel de succion est nul. On remarque également, d'après cette figure, que l'augmentation de la vitesse de l'eau de pluie se traduit par une légère augmentation de la teneur en eau du milieu dû à l'augmentation du flux de pluie apporté à la surface de l'échantillon.

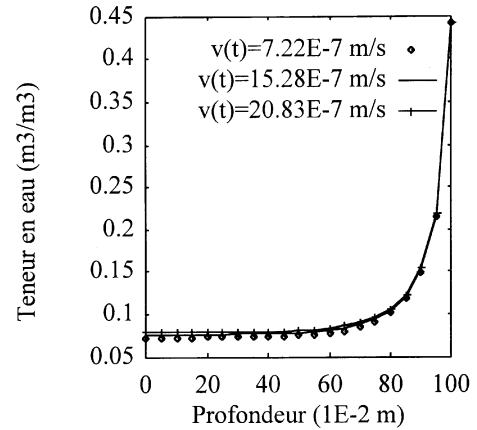


Fig. 2. Variations des profils de la teneur en eau en fonction de la profondeur et de la vitesse de pluie à  $T_{pluie} = 298$  °K.

La figure 3 montre que la température augmente au fur et à mesure que la profondeur augmente. Elle présente un point d'inflexion à la profondeur 0.85 m qui témoigne de la coexistence des deux modes de transfert de chaleur à savoir le transfert par conduction et par convection. En effet, pour les profondeurs inférieures à 0.85 m, le transfert de chaleur par conduction l'emporte sur celui par convection, et pour les profondeurs supérieures à 0.85 m les processus de transfert s'inversent à cause de l'augmentation de la teneur en eau du milieu. D'autre part, selon la figure 3, on voit que la vitesse de pluie n'a pas beaucoup d'influence sur le profil de la température, ce qui est dû au faible flux de chaleur apporté par l'eau de pluie.

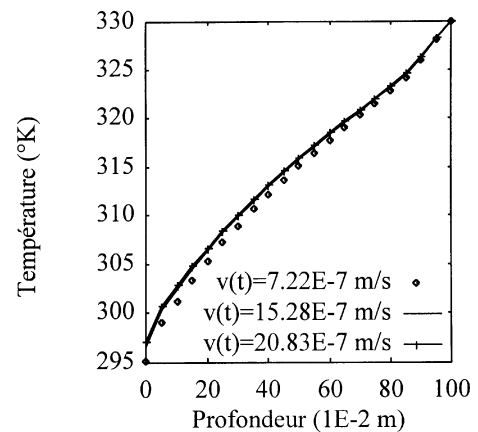


Fig. 3. Evolution des profils de température en fonction de la profondeur et de la vitesse de pluie à  $T_{pluie} = 298$  °K.

Les profils de la concentration du soluté, correspondant aux profils de la teneur en eau et de la température représentés respectivement par les figures 2 et 3, sont donnés par la figure 4 pour  $T_{pluie} = 298 \text{ }^\circ\text{K}$ . Nous constatons que, pour une concentration de soluté à la surface de la nappe d'eau  $z = L$  nulle, ces profils présentent un maximum à la profondeur 0.3 m qui correspond à un maximum de désorption et un minimum d'adsorption. La variation de la vitesse de pluie n'influe pas sur le profil de la concentration.

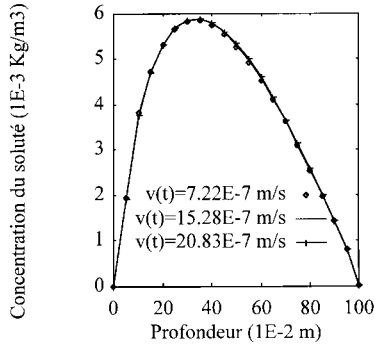


Fig. 4. Evolution des profils de la concentration du soluté en fonction de la profondeur et de la vitesse de pluie  $T_{pluie} = 298 \text{ }^\circ\text{K}$ .

Nous présentons, respectivement, sur les figures 5, 6 et 7 l'influence de l'échauffement et du refroidissement, par rapport à la température ambiante, sur les profils de la teneur en eau, de la température et de la concentration du soluté, pour une vitesse de pluie  $v(t)$  fixée à  $15.28 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Nous remarquons, d'après la figure 5, qu'une telle variation de température n'engendre aucun effet sur la teneur en eau du milieu à cause du faible gradient de température, induit par les conditions de chaleur à la surface du sol, dans la zone non saturée du sol. Cependant, sur la figure 6, on assiste à une variation de la température du milieu poreux dû au flux de chaleur apporté par l'eau de pluie portée à différentes températures, mais qui n'est pas en mesure de changer la teneur en eau du milieu. D'autre part et selon la figure 7, on voit que l'augmentation de la température de l'eau de pluie favorise l'augmentation de la concentration du soluté dans l'eau et la migration du polluant chimique dans le sol. En effet, en l'absence de l'influence de la température sur la teneur en eau du milieu, l'augmentation de la dispersion hydrodynamique est à l'origine des variations de la concentration du soluté dans l'eau.

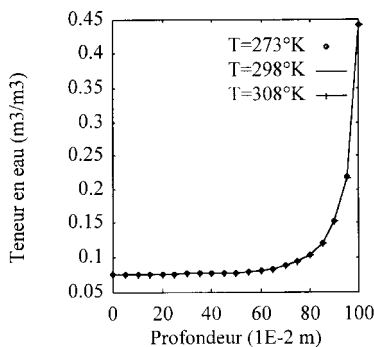


Fig.5. Variations des profils de la teneur en eau en fonction de la profondeur et de la température de pluie à  $v(t) = 15.28 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$ .

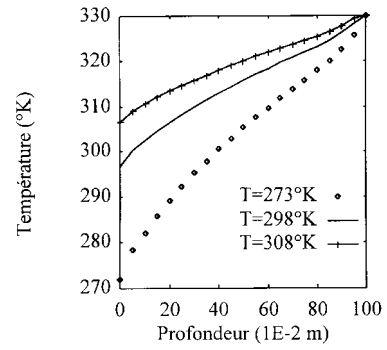


Fig. 6. Evolution des profils de température en fonction de la profondeur et de la température de pluie à  $v(t) = 15.28 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$ .

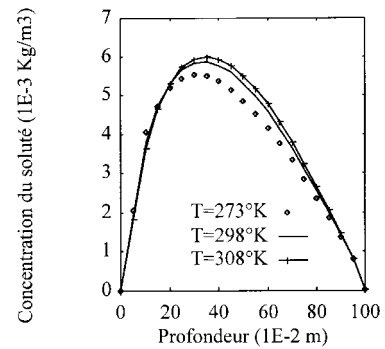


Fig. 7. Evolution des profils de la concentration du soluté en fonction de la profondeur et de la température de pluie à  $v(t) = 15.28 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$ .

## Conclusion

L'étude numérique que nous avons menée sur l'écoulement de l'eau, le transport d'énergie et de soluté dans un milieu poreux non saturé et homogène nous a permis de montrer que les conditions climatiques et l'apport d'eau à la surface du sol agissent sur le phénomène de transport dans la zone non saturée d'un sol. De plus, il est apparu que la température de l'eau à la surface du sol possède une influence sur le profil de la température et sur celui du soluté dans le sol. Ce résultat nous permet de dire que le refroidissement des eaux, véhicule de transport, à la surface d'un sol poreux non saturé ralentit la migration et la contamination des eaux souterraines.

## Liste des symboles

$t$	temps [s]
$\rho$	masse volumique de l'eau [ $\text{Kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]
$\theta$	teneur en eau [ $\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$ ]
$\vec{q}$	vecteur flux de Darcy [ $\text{Kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$f_1$	source extérieure de fluide (eau) [ $\text{Kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$V$	élément de volume représentatif [ $\text{m}^3$ ]
$K(x, y, z, \theta)$	conductivité hydraulique [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$\Gamma$	frontière de $\delta$ [ $\text{m}^2$ ]
$\psi$	pression capillaire [m]
$y, x, z$	coordonnées cartésiennes
$e_z$	vecteur unitaire descendant

$\theta_s$	teneur en eau à la saturation [ $m^3 \cdot m^{-3}$ ]
$\theta_r$	teneur en eau résiduelle [ $m^3 \cdot m^{-3}$ ]
$\alpha, n$	paramètres empiriques sans unité
$s$	degré de saturation effective
$K_{sat}$	conductivité hydraulique à la saturation [ $m \cdot s^{-1}$ ]
$\vec{\phi}_{ch}$	vecteur flux de chaleur total [ $J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ ]
$\varepsilon$	porosité [ $m^3 \cdot m^{-3}$ ]
$\vec{\phi}_{cs}$	vecteur flux de chaleur transféré par conduction à travers la phase solide [ $J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ ]
$\vec{\phi}_{ce}$	vecteur flux de chaleur transféré par la phase liquide [ $J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ ]
$\lambda_{solide}(x, y, z)$	conductivité thermique de la matrice solide [ $J \cdot m^{-1} \cdot s^{-1} \cdot ^\circ K^{-1}$ ]
$\lambda_e$	conductivité thermique de l'eau [ $J \cdot m^{-1} \cdot s^{-1} \cdot ^\circ K^{-1}$ ]
$\gamma_e$	chaleur spécifique de l'eau [ $J \cdot Kg^{-1} \cdot ^\circ K^{-1}$ ]
$T$	température [ $^\circ K$ ]
$\gamma_s$	chaleur spécifique moyenne des grains solides [ $J \cdot Kg^{-1} \cdot ^\circ K^{-1}$ ]
$f_2$	source extérieure d'énergie [ $J \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$ ]
$\rho_{solide}$	masse volumique moyenne des grains solides [ $Kg \cdot m^{-3}$ ]
$C$	concentration du soluté [ $Kg \cdot m^3$ ]
$\vec{\phi}_{solute}$	flux de soluté total [ $Kg \cdot m^3 \cdot s^{-1}$ ]
$D_h$	coefficient de dispersion hydrodynamique [ $m^2 \cdot s^{-1}$ ]
$D$	coefficient de dispersion mécanique [ $m^2 \cdot s^{-1}$ ]
$D_h^*$	coefficient de diffusion moléculaire [ $m^2 \cdot s^{-1}$ ]
$f_3$	source extérieure de soluté [ $Kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$ ]
$\delta z$	épaisseur de la couche limite mince à $z = 0$ [m]
$v(t)$	vitesse de l'eau de pluie [ $m \cdot s^{-1}$ ]

## Références

- [1] ANDERSON, M. P., Using models to simulate the movement of contaminants through groundwater flow systems, Crit. Rev. Environ. Controls, 9, 97-156, 1979.
- [2] BEAR, J. and A. VERRUIT, Modeling groundwater flow and pollution, Reidel, Dordrecht, Netherlands, 1987.
- [3] EL HATRI, M et J. M. CROLLET, Etude mathématique du modèle régissant le phénomène de la pollution de l'eau souterraine. Actes des journées numériques " Computational methods for transport in porous media ». Besançon, 1994
- [4] HILHORST D., C. JOURON, Y. KELANEMER, Coupled heat and mass transfer in porous media. Actes des journées numériques " Computational methods for transport in porous media". Besançon, 1994
- [5] JAVENDEL, I., C. DOUGHTY and C.F. TSANG (eds), Groundwater transport: Handbook of mathematical models, Water Resour. Monogr., Ser. 10, 228 pp., AGU, Washington DC, 1984
- [6] KINCAID C., J.R. MORREY, J.E. ROGERS (eds), Geohydrochemical models for solute migration. Process description and computer code selection. EPRI, EA 3417 Palo Alto, CA vol. 1 , 1984a
- [7] KINCAID C., J.R. MORREY, J.E. ROGERS (eds), Preliminary evaluation of selected computer codes, EPRI repts, EA 3417 Palo Alto, CA vol. 2 , 1984b
- [8] KINCAID C., J.R. MORREY, J.E. ROGERS (eds), Evaluation of selected computer codes, EPRI repts, EA 3417 Palo Alto, CA vol. 3 , 1986
- [9] MUALEM Y., A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated media, Water Resour. Res., 12(3), 513-522, 1976

- [10] NIELSEN, D. R., M. Th. VAN GENUCHTEN and J. W. BIGGAR, Water flow and solute transport processes in the unsaturated zone. Water Resources Research, Vol. 22, No. 9, Pages 89S-108S, August 1986.
- [11] NOUGIER, J. P., Méthodes de calcul numérique. Masson, 3<sup>ème</sup> édition, Paris, 1989.
- [12] PARKER, J. C., and M. Th. VAN GENUCHTEN, Determining transport parameters from laboratory and field tracer experiments, Bull. 84-3, 96 pp., Va. Agric. Exp. Sta., Blacksburg, 1984
- [13] VAN GENUCHTEN, M. Th., A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil sci. soc. Am. J., 44(5), 892-898, 1980.
- [14] VAN GEUCHTEN, M. Th., and W. J. ALVES, Analytical solutions of the one-dimensional convective-dispersive solute transport equation, 151 pp., Tech. Bull. 1661, U. S. Dept. of Agric., Washington, D. C., 1982
- [15] VAN GENUCHTEN, M. Th., and D. R. NIELSEN, On describing and predicting the hydraulic properties of unsaturated soils, Ann. Geophys., 3, 615-628, 1985
- [16] VAN GENUCHTEN, M. Th., A numerical model for water and solute movement in and below the root zone: model description and user manual. USSL research report, United States department of agriculture, agricultural research service, U. S. salinity laboratory Riverside California, 61p, 1987.